

УДК 537.523.9

ТРЕХМЕРНАЯ СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ИНДУКТИВНО-СВЯЗАННОЙ ПЛАЗМЕ

М.В. Морозов, А.Е. Староверов, А.Х. Гильмутдинов, М.Х. Салахов

Аннотация

Разработан новый метод расчета трехмерной структуры электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме. Метод основан на разложении электромагнитных полей и проводимости плазмы на Фурье-гармоники по полярному углу. Рассчитана динамика изменения трехмерной структуры электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме, пространственное распределение потоков энергии в плазму. Показана значительная асимметричность электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме, обусловленная асимметричной формой индуктора.

Ключевые слова: индуктивно-связанная плазма, численные методы, электромагнитные поля, векторный потенциал, разложение Фурье.

Введение

Благодаря уникальному сочетанию высокой температуры, чистоты и стабильности индуктивно-связанная плазма (ИСП) широко применяется в качестве источника нагрева (сфероидизация частиц, поверхностная обработка, рост кристаллов) и плазмохимического реактора (синтез сверхчистых наноструктурных порошков, осаждение металлов и керамики) [1–3]. Возрастающее применение ИСП находит в технологиях синтеза наноструктур [4–6]. Кроме этого, высокочастотная плазма при атмосферном давлении является практически идеальным источником возбуждения и ионизации химических элементов для спектрохимического анализа любых веществ и материалов.

Постоянно расширяющаяся область применения этого источника плазмы ставит новые задачи. В технологических приложениях – совершенствование технологии обработки материалов, создание требуемых показателей качества поверхности, оптимизация процессов синтеза и осаждения, повышение однородности размера синтезированных наночастиц. В аналитических приложениях – снижение пределов обнаружения элементов и повышение правильности их определения в объектах разнообразного состава. С учетом того, что ИСП представляет собой крайне сложное физическое явление, решение указанных задач возможно путем постоянного совершенствования аппаратуры и всех этапов реализации используемых методик, получения объективной информации о термохимических процессах, протекающих в плазме индуктивно связанного разряда. Экспериментальные методы исследования таких процессов весьма действенны, но требуют больших затрат и не всегда дают однозначные ответы. Наиболее перспективно для его фундаментального понимания применение высокоинформативных методов компьютерного моделирования.

Современные теории индуктивно-связанной плазмы основаны на совместном решении системы уравнений Максвелла, описывающих структуру электромагнитных полей, и уравнений Навье – Стокса, описывающих течение плазмы. До недавнего времени все модели [7–10] основывались на предположении осевой симметрии

плазмы, что позволяет описание в двумерном приближении. Однако прямое аналитическое решение уравнений Максвелла в вакууме указывает на смещение осей электрического и магнитного полей винтового индуктора относительно его геометрической оси [11]. Трехмерное описание ИСП на суперкомпьютерах [12–14] также показало асимметричность распределений всех ее основных параметров. Актуальной на сегодняшний день остается задача по разработке вычислительных алгоритмов, реализуемых на персональных компьютерах. Эта задача в равной степени относится к расчетам электродинамики и газодинамики плазмы. Целью настоящей работы является разработка метода и проведение серии расчетов трехмерной структуры электрических и магнитных полей в индуктивно связанной плазме.

1. Методы решения системы уравнений Максвелла

1.1. Система уравнений Максвелла. Для расчета электрических и магнитных полей в индуктивно связанной плазме в общем случае решается система уравнений Максвелла [15, 16]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (4)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} – напряженности электрического и магнитного полей, $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$ и $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, ρ – объемная плотность зарядов в плазме и \mathbf{j} – суммарная плотность токов, которая включает в себя плотность токов проводимости, плотность токов внешних источников, плотность токов, обусловленных амбиполярной диффузией и плотность токов, обусловленных движением плазмы. В области частот электромагнитных полей 1–100 МГц токи амбиполярной диффузии и токи, связанные с движением плазмы, пренебрежимо малы [17]. Система уравнений решена в пренебрежении объемными зарядами в плазме и связанного с ними скалярного потенциала, которые в дальнейшем полагаем равными нулю. Обоснование этого приближения дано в работе [12].

В этом приближении уравнение сохранения заряда имеет вид

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (5)$$

Система уравнений Максвелла дополняется уравнением токов, в котором токи в общем случае являются некоторой функцией полей \mathbf{E} и \mathbf{H}

$$\mathbf{j} = f(\mathbf{E}, \mathbf{H}). \quad (6)$$

Уравнения (2) и (3) удовлетворяются выражением напряженности электрического и индукции магнитного полей через векторный потенциал

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad (8)$$

таким образом, остается два векторных уравнения (4) и (6):

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = -\Delta \mathbf{A} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}, \quad (9)$$

$$\mathbf{j} = f(\mathbf{E}, \mathbf{H}).$$

В данной работе в качестве уравнения для тока используется закон Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (10)$$

где σ – задаваемая электрическая проводимость плазмы.

Поскольку векторный потенциал определяется с точностью до калибровочного преобразования, необходимо дополнить эти уравнения уравнением калибровки, которая выбирается в форме Лоренца [18]:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (11)$$

Электрические и магнитные поля в индуктивно-связанной плазме зависят от времени по гармоническому закону с частотой ν :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_c(\mathbf{r}) \cos 2\pi\nu t + \mathbf{E}_s(\mathbf{r}) \sin 2\pi\nu t, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}_c(\mathbf{r}) \cos 2\pi\nu t + \mathbf{H}_s(\mathbf{r}) \sin 2\pi\nu t, \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}_c(\mathbf{r}) \cos 2\pi\nu t + \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) \sin 2\pi\nu t. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда с учетом всех преобразований получаем основную систему уравнений для векторного потенциала \mathbf{A} в трехмерном пространстве:

$$\begin{aligned} -\Delta \mathbf{A}_c(\mathbf{r}) &= -\sigma(\mathbf{r}) \omega \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) + e_0 \omega^2 \mathbf{A}_c(\mathbf{r}), \\ -\Delta \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) &= \sigma(\mathbf{r}) \omega \mathbf{A}_c(\mathbf{r}) + e_0 \omega^2 \mathbf{A}_s(\mathbf{r}), \quad \omega = 2\pi\nu. \end{aligned} \quad (13)$$

1.2. Разделение задач. Полная система индукционных токов складывается из токов, текущих в индуцирующей катушке, и электрических токов в плазме. Соответственно, электромагнитное поле может быть представлено в виде суммы полей: одно создается током индуктора, другое – током плазмы. Индуктор локализован в определенном участке пространства, следовательно, токи также локализованы. Поэтому вместо того, чтобы задавать токи, текущие в нем, удобнее задавать поля, которые он создает. Это выгоднее при решении задачи численными методами, так как в этом случае на расчетной сетке не будет отдельных сильных выбросов и источник индукционных полей будет равномерно распределен по всей сетке. Такое сглаживание источника поля может улучшить точность расчетов и уменьшить их время. Можно предварительно рассчитать поля индуктора по текущим в нем токам отдельно от индукционных полей. Это ускоряет решение основной системы уравнений для структуры электромагнитных полей в плазме.

Поле катушки может быть записано в виде

$$\mathbf{A}_{\text{coil}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\mathbf{j} dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cos \omega t, \quad (14)$$

который является решением уравнений (1)–(4) в приложении к замкнутому току катушки и пренебрежении волновым слагаемым; \mathbf{A}_{coil} – это векторный потенциал поля, создаваемого катушкой индуктора. После разделения полей катушки и полей плазмы выражения (7), (8), (13) принимают вид:

$$\mathbf{E}_c = -\omega \mathbf{A}_s, \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_s = -\omega \mathbf{A}_c - \omega \mathbf{A}_{\text{coil}},$$

$$\mathbf{H}_c = \operatorname{rot} \mathbf{A}_s / \mu_0, \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_s = (\operatorname{rot} \mathbf{A}_c + \operatorname{rot} \mathbf{A}_{\text{coil}}) / \mu_0,$$

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{A}_c(\mathbf{r}) + e_0 \mu_0 \omega^2 \mathbf{A}_c(\mathbf{r}) &= \sigma(\mathbf{r}) \omega \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) - e_0 \omega^2 \mathbf{A}_{\text{coil}}(\mathbf{r}), \\ \Delta \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) + e_0 \mu_0 \omega^2 \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) &= -\sigma(\mathbf{r}) \omega \mathbf{A}_c(\mathbf{r}).\end{aligned}\quad (17)$$

В этих уравнениях индексы c и s обозначают амплитуды гармоник $\cos \omega t$ (синфазной току) и $\sin \omega t$ (ортофазной току).

1.3. Разложение по Фурье-гармоникам. Решение систем уравнений в частных производных в трехмерной системе координат обычно требуют больших вычислительных ресурсов, которые доступны только в суперкомпьютерах. Для уменьшения времени нахождения решения уравнений Максвелла в индуктивно-связанной плазме использовалось разложение всех величин на Фурье-гармоники по полярному углу благодаря приближенной осесимметричности задачи. Базис разложения Фурье был выбран как наиболее простой и удобный в данном случае.

Все зависящие от координат величины, входящие в уравнения, раскладываются на Фурье-гармоники по полярному углу:

$$\begin{aligned}A_r(r, z, \varphi) &= A_{rc0}(r, z) + \sum_{k=1}^N A_{rc k}(r, z) \cos k\varphi + \sum_{k=1}^N A_{rs k}(r, z) \sin k\varphi, \\ A_\varphi(r, z, \varphi) &= A_{\varphi c0}(r, z) + \sum_{k=1}^N A_{\varphi c k}(r, z) \cos k\varphi + \sum_{k=1}^N A_{\varphi s k}(r, z) \sin k\varphi, \\ A_z(r, z, \varphi) &= A_{zc0}(r, z) + \sum_{k=1}^N A_{zc k}(r, z) \cos k\varphi + \sum_{k=1}^N A_{zs k}(r, z) \sin k\varphi, \\ \sigma(r, z, \varphi) &= \sigma_{c0}(r, z) + \sum_{k=1}^N \sigma_{c k}(r, z) \cos k\varphi + \sum_{k=1}^N \sigma_{s k}(r, z) \sin k\varphi.\end{aligned}\quad (18)$$

Граничные условия на оси определялись из условия непрерывности на оси компонент векторного потенциала в декартовой системе координат A_x , A_y , A_z , которые выражались через компоненты в цилиндрической системе координат A_r , A_φ , A_z .

Разложение (18) можно подставить в систему уравнений (17). Для этого удобно использовать эту систему уравнений в цилиндрической системе координат (r, z, φ) . После подстановки, явно считая все производные по φ и используя линейную независимость функций $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$, где $k = 0, 1, \dots$, можно разделить эту систему уравнений на независимые системы уравнений для коэффициентов перед косинусами и синусами и затем, решив эти уравнения, найти сами коэффициенты. В результате такого разложения векторный потенциал и проводимость плазмы остаются трехмерными. Однако расчетная сетка задачи становится двухмерной. О влиянии разложения до разного порядка сказано в описании результатов.

Приближенная осесимметричность задачи обусловлена тем, что поле катушки индуктора и зона проводимости, поддерживаемая нагревом полями катушки, близки к симметричным. Индукционные поля в плазме, создаваемые катушкой, оказываются также приближенно осесимметричными. Несмотря на это, в плазме присутствуют эффекты, имеющие принципиально асимметричный характер, например, экспериментально обнаруженное вращение плазменного факела. Введение разложения на Фурье-компоненты позволяет использовать преимущества малой асимметрии, а значит, свести расчетную сетку к двумерной и учитывать трехмерный характер всех входящих в уравнения величин. Таким образом, не возникает ограничений при построении моделей, и в то же время задача считается на двумерной сетке.

1.4. Расчет электромагнитных полей в проводниках с произвольным распределением проводимости. Для решения системы уравнений Максвелла в формулировке векторного потенциала (17) с произвольным распределением проводимости использовался метод конечных разностей. Поскольку система уравнений Максвелла линейна, решение этих уравнений методом конечных разностей сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Метод был реализован с помощью двух различных программ. Первая программа была написана в математическом пакете MatLab. В этой программе исследовались решения уравнений при разложении Фурье с точностью до нулевого (осесимметричная задача), первого и второго порядков. Использовалась матричная форма записи уравнений, вектор решения находился методом обратной матрицы.

Вторая программа была написана на языке Фортран и преследовала две цели. С одной стороны, было предположение, что удастся увеличить скорость вычислений, с другой стороны – чтобы провести проверку решения задачи, решив ее одновременно двумя методами. В разработанной программе использовался метод простой итерации. Алгоритм записи позволял менять число коэффициентов разложения Фурье, чего не позволяла добиться программа, написанная в MatLab, поскольку там использовалась матричная форма записи уравнений. В программе на Фортране разложение записывалось в виде (18), при котором число слагаемых N может варьироваться.

Однако скорость счета в программе в MatLab оказалась существенно выше. Результаты расчетов с использованием двух принципиально разных подходов совпали. Поэтому было решено оставить программу, написанную в пакете MatLab, в качестве основной, убедившись в правильности вычислений.

2. Результаты

Алгоритм расчета позволяет за время порядка нескольких секунд полностью рассчитать трехмерную структуру векторного потенциала во всей расчетной области. Из значений векторного потенциала по формуле (7) легко получается распределение электрических полей, из которого нетрудно найти распределение выделяемой мощности джоулева тепла. Структуру магнитных полей можно определить, взяв ротор от векторного потенциала (8).

Алгоритм расчета электромагнитных полей проверялся для осесимметричного случая, в котором индуктор был заменен на три кольцевых тока, а плазма описывалась однородным проводящим цилиндром. Результаты показали хорошее совпадение с аналогичными расчетами в [19]. Более полная проверка с результатами расчетов в [12–14] станет возможна после проведения совместных расчетов электродинамики и газодинамики индуктивно-связанной плазмы.

В рамках разработанной модели расчета электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме было проведено исследование характерных особенностей полей. В качестве модельного проводника был взят однородный проводящий цилиндр. Так как проводимость в таком проводнике симметрична, можно наглядно увидеть, насколько нарушается симметрия полей в плазме за счет неосесимметричной формы винтового индуктора.

Для анализа был взят индуктор, точно соответствующий реальному двухвитковому индуктору, широко используемому в горелках с индуктивно-связанной плазмой (рис. 1). Радиус двухвитковой винтовой спирали индуктора 1.3 см, шаг между витками 1.2 см, частота генератора 27 МГц, ток 161 А, размер сетки 40×30 ячеек. Спираль замыкалась на расстоянии двух диаметров от оси. В качестве модели индуктивно-связанной плазмы использовался однородный проводящий цилиндр с

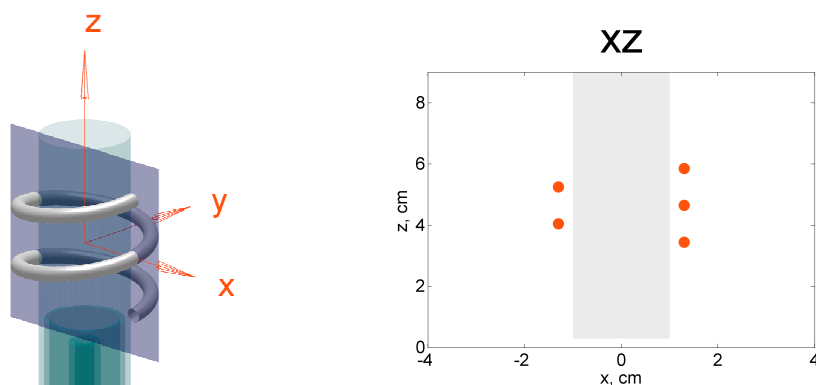


Рис. 1. Геометрия расчетной области трехмерной задачи. Изображены два продольных сечения винтовой катушки xz и yz . В середине показан проводящий цилиндр. Пунктиром показаны сечения, вдоль которых рассмотрены радиальные распределения токов и магнитных полей (центральное сечение $z = 4.5$ см и сечение, смещенное за край катушки $z = 2.7$ см). Здесь и далее внешняя граница соответствует границе расчетной области, жирными точками обозначены сечения витков катушки

радиусом 0.9 см, в продольной координате продленный на всю длину сетки. Величина проводимости цилиндра $25 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ соответствует проводимости аргона при температуре 10000 К.

На рис. 2, 3 представлены структуры электрических и магнитных полей, рассчитанных в различных сечениях во всей расчетной сетке. Расчеты приведены при учете второй компоненты разложения Фурье.

Видно, что поля имеют заметную асимметрию. Особенно сильно асимметрия проявляется в области полей катушки. В области плазмы поля быстро спадают из-за скин-эффекта. Что характерно, при сравнении картин электрических полей в радиальном сечении (рис. 1) оказывается, что составляющая по синусу электрических полей E_s не равна нулю далеко за пределами плазмы, в то время как составляющая по косинусу электрических полей E_c ограничена в плазме областью скин-слоя и за пределами плазмы затухает вблизи зоны катушки. Это можно объяснить тем, что волновые слагаемые затухают медленнее, чем слагаемые, обусловленные токами проводимости, так как проводимость ограничена областью плазмы.

На рис. 4 представлен вектор Пойнтинга, или плотность потоков электромагнитной энергии, определяемая как

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]. \quad (19)$$

Видно, что из-за асимметричности катушки электромагнитная энергия поступает в плазму также асимметрично.

Исследуем величину асимметрии полей при данной конфигурации параметров индуктора и плазмы численно.

Основной вклад в нагрев плазмы дают тангенциальные токи J_{fi} (рис. 5), связанные с тангенциальным электрическим полем соотношением (10). Нарушение симметричности в значениях этих токов показывает, насколько выделение мощности электромагнитной энергии в плазме является несимметричным. С тангенциальными токами J_{fi} связаны продольные магнитные поля H_z (рис. 6), поэтому данная компонента магнитных полей является наибольшей по величине и позволяет судить о характере структуры магнитных полей в целом. Интересно также

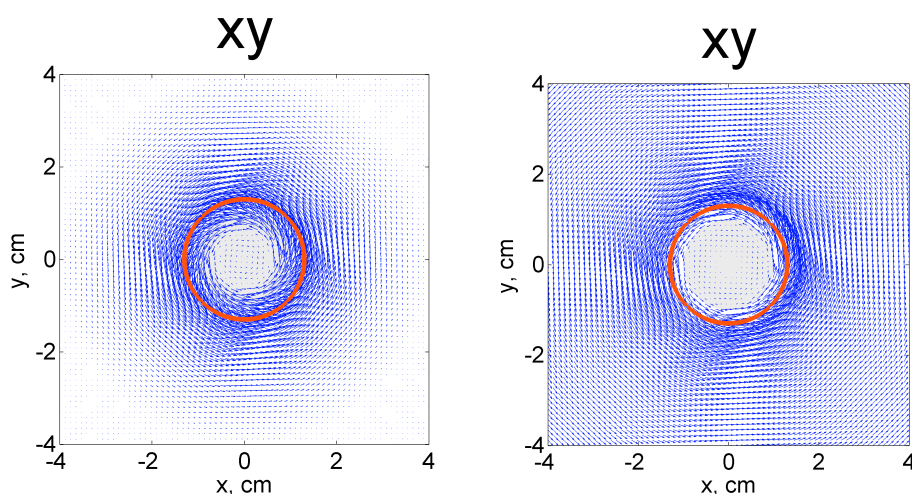


Рис. 2. Структура напряженности электрического поля в центральном радиальном сечении ($z = 4.5$ см) с учетом вторых компонент разложения Фурье. Слева – составляющая, синфазная току, справа – ортофазная. Сплошным кольцом изображена проекция витков катушки

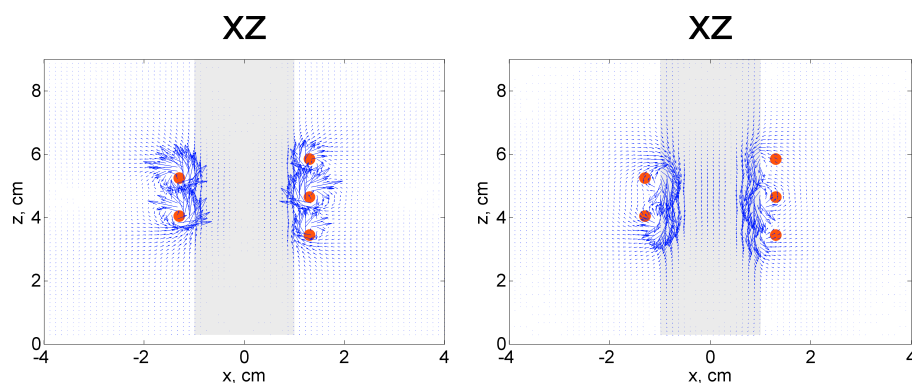


Рис. 3. Структура напряженности магнитного поля в двух продольных сечениях xz и yz с учетом разложения до вторых компонент Фурье. Слева – составляющая, синфазная току, справа – ортофазная

проанализировать пространственную структуру продольных токов J_z (рис. 7), которые в случае замкнутого индуктора полностью неосесимметричны, и абсолютные величины магнитных полей H и плотности токов J .

Динамика электромагнитных полей в стационарной плазме определяется величинами вкладов от полей, синфазных току индуктора и ортофазных току индуктора. Она была рассмотрена на примере величин стационарных амплитуд по модулю полей и компонент полей, синфазных току индуктора.

Было проведено сравнение полей в двух продольных сечениях: в центральном, симметричном относительно краев катушки, и в смещенном от центра на полтора шага витка катушки, то есть вблизи ее края. Каждый профиль строился с учетом нулевых (сплошная линия), первых (пунктирная линия) и вторых (точками) компонент в разложении Фурье, таким образом сравнивалось, как влияет увеличение числа компонент в разложении на Фурье гармоники. Профили расположены в плоскости xz , проходящей через ось катушки.

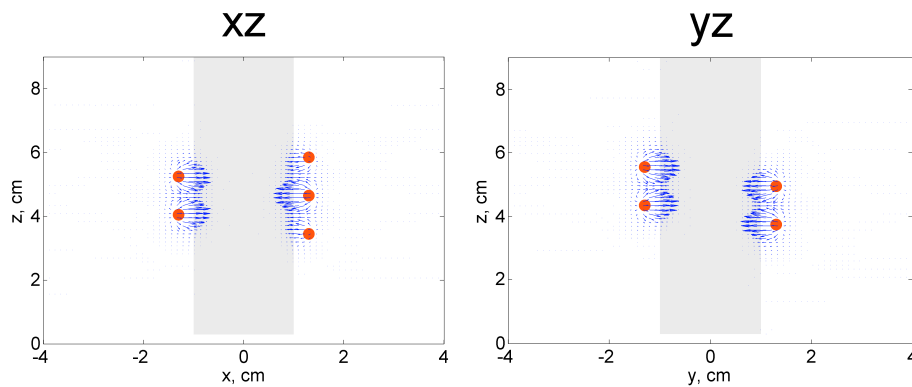


Рис. 4. Структура вектора Пойнтинга в двух продольных сечениях xz и yz и в поперечном сечении xy ($z = 4.5$ см) с учетом разложения до вторых компонент Фурье

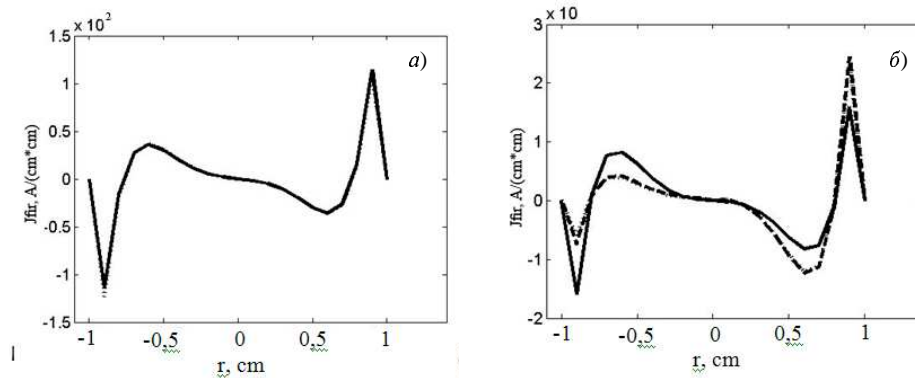


Рис. 5. Радиальный профиль тангенциальных токов J_{fi} , синфазных токам индуктора: а) центральное сечение ($z = 4.5$ см), б) сечение, смещенное за край катушки ($z = 2.7$ см)

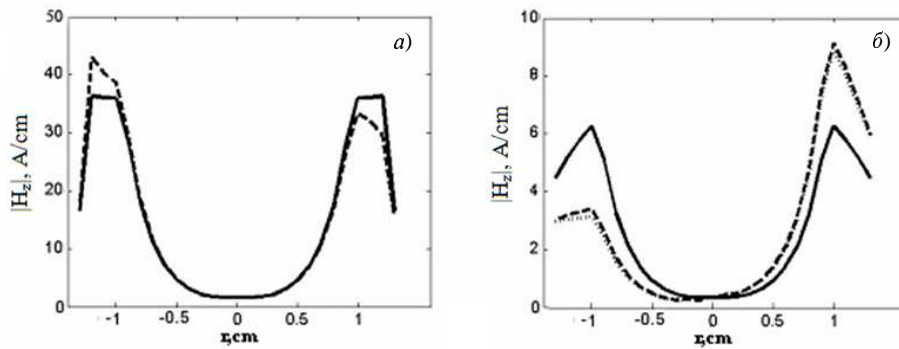


Рис. 6. Радиальный профиль модуля продольной напряженности магнитного поля H_z : а) центральное сечение ($z = 4.5$ см), б) сечение, смещенное за край катушки ($z = 2.7$ см). Здесь и далее: сплошная линия – учтены только нулевые компоненты в разложении Фурье, пунктирная – учтены первые компоненты, точками – учтены вторые компоненты

На большинстве графиков распределения при учете вторых и первых компонент Фурье почти совпадают (рис. 5, 6). Исключение составляют малые продольные токи J_z (рис. 7), которые отличаются от тангенциальных токов J_{fi} почти

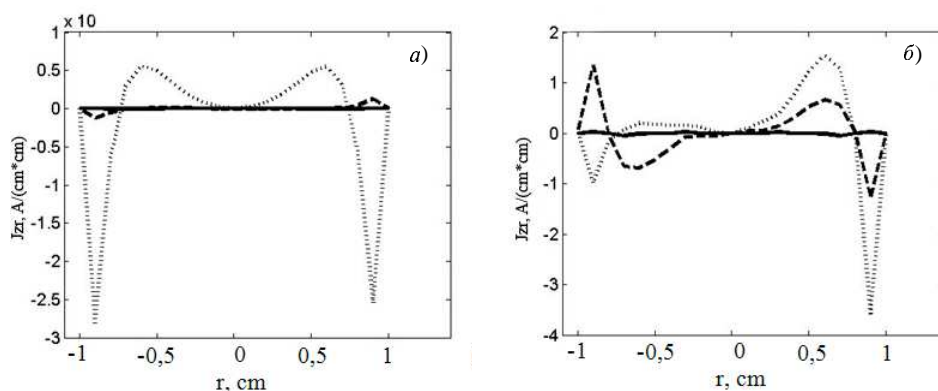


Рис. 7. Радиальный профиль продольных токов J_z , синфазных токам индуктора: а) центральное сечение ($z = 4.5$ см), б) сечение, смещенное за край катушки ($z = 2.7$ см)

на порядок. Для замкнутой катушки нулевая компонента Фурье продольных токов J_z равна нулю, поэтому симметричные токи J_z в плазме при учете только нулевой компоненты также равны нулю. Учет первых компонент приводит к появлению только антисимметричного по полярному углу вклада в эти токи. При учете вторых компонент разложения Фурье к антисимметричному вкладу добавляется симметричный, поэтому между распределениями возникает такое сильное отличие. В остальном отличия между разложением до первого и до второго порядков оказались незначительны, поэтому было решено ограничиться разложением до второго порядка.

Профили токов в центральном сечении очень близки к симметричным, значения при зеркальном повороте совпадают в пределах нескольких процентов (рис. 5, а). Для магнитных полей в этом же сечении различия больше, порядка 20% (рис. 6, а). Однако в сечении вблизи края катушки отличия значительно больше. Для тангенциальных токов J_{fi} и магнитных полей значения при зеркальном отображении отличаются в 3 раза (рис. 5, б), для продольных токов J_z – в 3.5 раза (рис. 7, б). Это говорит о сильной асимметричности электромагнитных полей, а также выделяемой мощности в плазме в области вблизи края катушки. Данный факт может заметно влиять на работу приборов на основе ИСП, например в ИСП для атомно-эмиссионной спектроскопии в этой области находится нормальная аналитическая зона, в которой обычно измеряется интенсивность излучения определяемого элемента.

Заключение

Разработанный численный метод позволяет рассчитать трехмерную структуру электрических и магнитных полей в индуктивно связанной плазме, генерируемых индуктором произвольной геометрии. Оригинальность метода состоит в разложении электромагнитных полей и проводимости плазмы на Фурье-гармоники по полярному углу. Рассчитана динамика изменения трехмерной структуры электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме, пространственное распределение потоков энергии в плазму. Показана значительная асимметричность электромагнитных полей в индуктивно-связанной плазме, обусловленная асимметричной формой индуктора.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта для молодых ученых Республики Татарстан 2008 г. (проект № 02-2/2008 (Г)).

Summary

M.V. Morozov, A.E. Staroverov, A.Kh. Gilmutdinov, M.Kh. Salakhov. Three-dimensional Structure of Electromagnetic Fields in an Inductively Coupled Plasma.

A new method for calculating three-dimensional structure of electromagnetic fields in inductively coupled plasma is developed. The method is based on Fourier expansion of electromagnetic fields and plasma conductivity to polar harmonics. A temporal dynamics of three-dimensional spatial structure of electromagnetic fields in the inductively coupled plasma and spatial distribution of energy fluxes into plasma are calculated. Asymmetrical shape of the inductor is shown to result in significant asymmetry of electromagnetic fields in inductively coupled plasma.

Key words: inductively coupled plasma, numerical methods, electromagnetic fields, vector potential, Fourier expansion.

Литература

1. *Boulos M.I.* The inductively coupled radio frequency plasma // High Temp. Mater. Process. – 1997. – V. 1, No 1. – P. 17–39.
2. *Gitzhofer F.* Induction plasma synthesis of ultrafine SiC // Pure and Appl. Chem. – 1996. – V. 68, No 5. – P. 1113–1120.
3. *Soucy G., Jurewicz J.W., Boulos M.I.* Parametric study of the thermal plasma synthesis of ultrafine silicone nitride powders // J. Mater. Sci. – 1995. – V. 30, No 8. – P. 2008–2018.
4. *Watanabe T., Nezu A., Abe Y.* Formation mechanism of electrical conductive nanoparticles by induction thermal plasmas // Thin Solid Films. – 2003. – V. 435, No 1–2. – P. 27–32.
5. *Shigeta M., Watanabe T., Nishiyama H.* Numerical investigation for nanoparticle synthesis in an RF inductively coupled plasma // Thin Solid Films. – 2004. – V. 457, No 1. – P. 192–200.
6. *Shigeta M., Watanabe T.* Growth mechanism of silicon-based functional nanoparticles fabricated by inductively coupled thermal plasmas // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2007. – V. 40, No 8. – P. 2407–2419.
7. *Chen X., Pfender E.* Modeling of RF plasma torch with a metallic tube inserted for reactant injection // Plasma Chem. Plasma Process. – 1991. – V. 11, No 1. – P. 103–128.
8. *Proulx P., Mostaghimi J., Boulos M.I.* Radiative effects in ICP modeling // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1991. – V. 34, No 10. – P. 2571–2579.
9. *Colombo V., Panciatichi C., Zazo A., Cocito G., Cognolato L.* Modeling, project, numerical simulation, and AES temperature diagnostics of an inductively coupled plasma torch for the deposition of high-purity fused silica for optical waveguide production // IEEE Trans. Plasma Sci. – 1997. – V. 25, No 5. – P. 1073–1080.
10. *Paul K.C., Mostaghimi J., Ishigaki T.* Transient response of radio frequency inductively coupled plasma for pulse modulation plasma // Plasma Chem. Plasma Process. – 2001. – V. 21, No 3. – P. 371–400.
11. *Ибрагимов Р.А., Староверов А.Е., Гильмутдинов А.Х.* Ориентация оси электромагнитного поля винтового индуктора для индуктивно-связанной плазмы // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150, кн. 3. – С. 57–61.
12. *Bernardi D., Colombo V., Ghedini E., Mentrelli A.* Three-dimensional modelling of inductively coupled plasma torches // Eur. Phys. J. D. – 2003. – V. 22, No 1. – P. 119–125.
13. *Bernardi D., Colombo V., Ghedini E., Mentrelli A.* Three-dimensional effects in the modelling of ICPTs. Part I: Fluid dynamics and electromagnetics // Eur. Phys. J. D. – 2003. – V. 25, No 3. – P. 271–277.

14. *Bernardi D., Colombo V., Ghedini E., Mentrelli A.* Three-dimensional effects in the modeling of ICPTs. Part II: Induction coil and torch geometry // *Eur. Phys. J. D.* – 2003. – V. 25, No 3. – P. 279–285.
15. *Дресвин С.В.* Основы теории и расчета высокочастотных плазматронов. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 312 с.
16. *Райзер Ю.П.* Основы современной физики газоразрядных процессов. – М.: Наука, 1980. – 416 с.
17. *Xue S., Proulx P., Boulos M.I.* Effect of the coil angle in an inductively coupled plasma torch: a novel two-dimensional model // *Plasma Chem. Plasma Process.* – 2003. – V. 23, No 2. – P. 245–263.
18. *Bernardi D., Colombo V., Ghedini E., Mentrelli A.* Comparison of different techniques for the FLUENT[®]-based treatment of the electromagnetic field in inductively coupled plasma torches // *Eur. Phys. J. D.* – 2003. – V. 27, No 1. – P. 55–72.
19. *Xue S., Proulx P., Boulos M.I.* Extended-field electromagnetic model for inductively coupled plasma // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2001. – V. 34, No 21. – P. 1897–1906.

Поступила в редакцию
26.06.08

Морозов Михаил Валерьевич – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Morozov.ksu@inbox.ru*

Староверов Андрей Евгеньевич – инженер кафедры общей физики Казанского государственного университета.

Гильмутдинов Альберт Харисович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики Казанского государственного университета.

Салахов Мякзюм Халимуллович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники, ректор Казанского государственного университета.